

NOCIONES DE ANÁLISIS ARMÓNICO NO CONMUTATIVO

JAVIER PARCET

Desde los orígenes de la Mecánica Cuántica, el proceso de sustituir funciones por operadores (cuantización) ha tenido un gran impacto en las matemáticas del siglo XX. Los trabajos de von Neumann o Connes han dado lugar por ejemplo a la cuantización de la Teoría de la Medida o la Geometría Diferencial. La consecuencia principal es la pérdida de conmutatividad para el producto.

El Análisis Armónico No Conmutativo se ha identificado históricamente con el estudio de la transformada de Fourier/representaciones unitarias sobre grupos topológicos no conmutativos. No obstante, la teoría se ha desarrollado de forma espectacular en los últimos años y se abordan hoy por hoy una gran variedad de problemas. Existen así formulaciones no conmutativas de multiplicadores de Fourier, operadores maximales, procesos p -estables, sumas de variables aleatorias independientes, descomposiciones de tipo Calderón-Zygmund, teoremas ergódicos maximales, desigualdades de martingalas... Este significativo desarrollo se apoya en nuevas y profundas teorías como la Probabilidad Libre/Cuántica y los Espacios de Operadores.

Todas estas herramientas han hecho posible estudiar (desde el punto de vista no conmutativo) la interacción entre Análisis Armónico, Probabilidad y Geometría de Espacios de Banach, desarrollada básicamente en los años 60 y 70 por los trabajos de Burkholder, Fefferman, Gundy, Pisier o Rosenthal entre otros. Nuestro objetivo es hacer un esbozo del estado actual de la teoría sin ánimo de completitud y orientado a una audiencia sin experiencia en el contexto no conmutativo.